Mathematikarbeit
Potenzen und Wurzeln

Löse alle Aufgaben so, dass dein Rechenweg nachvollziehbar ist.

1. Gib in wissenschaftlicher Schreibweise an.

a) 40000000

b) 589000000

c) 0,00000003

d) 0,00000761

2. Vereinfache.

a) $3^4 \cdot 5^4$

b) $8^6 : 8^9$

c) $\left(\frac{5}{8}\right)^{n+2} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{2+n}$

d) $z^{n+4} \cdot z^{-n}$

e) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{8}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{5}{8}}$

f) $\left(\frac{p}{q}\right)^{-z} : \left(\frac{p}{2q}\right)^{-z}$

g) $3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{-\frac{7}{2}} : 3^{-\frac{5}{3}}$

h) $\left(\frac{a}{t}\right)^{5} : \left(\frac{t}{a}\right)^{-x}$

3. Schreibe als Potenz und vereinfache.

a) $\sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[6]{9^8}$

c) $\frac{1}{\sqrt[9]{a^{3k}}}$

d) $\sqrt[4]{a\sqrt[5]{7}}$

4. Die seit November 2001 gültige Formel zur Berechnung des Windchills beschreibt den Unterschied zwischen der gemessenen und der gefühlten Temperatur in Abhängigkeit von Windgeschwindigkeiten. Die Formel lautet:

$$WCT = 13{,}12 + 0{,}6125 \cdot T - 11{,}37 \cdot v^{0{,}16} + 0{,}3965 \cdot T \cdot v^{0{,}16}$$

(WCT: Windchill-Temperatur in °C; T: Lufttemperatur in °C; v: Windgeschwindigkeit in km/h)

a) Für heute wird eine Temperatur in 16 °C bei einer Windgeschwindigkeit von 11 km/h erwartet. Berechne die gefühlte Temperatur. (Extrablatt)

b) Beim Durchzug einer Regenfront fällt die Lufttemperatur auf 11°C, während die Windgeschwindigkeit auf 20 km/h steigt. Um wie viele °C fühlt es sich kälter an?

(Extrablatt)

5. Merkur ist der kleinste Planet im Sonnensystem. Sein Volumen beträgt etwa $6{,}08 \cdot 10^{19}$ m^3 , das des größten Planeten in unserem Sonnensystem, dem Jupiter, etwa $1{,}43 \cdot 10^{15}$ km^3. Wie viele Merkurkugeln würden benötigt, um das Volumen des Jupiters zu erreichen? (Extrablatt)

6. Erweitere die folgenden Brüche so, dass im Nenner keine Wurzeln mehr stehen.

a) $\frac{3}{\sqrt{7}}$

b) $\frac{2}{\sqrt[3]{a^2}}$

7. Tina lässt einen Flummi aus dem Fenster ihrer Wohnung fallen. Nun möchte sie wissen, wie lange er gefallen ist. Mit der Formel $t = \left(\frac{h}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ lässt sich die Fallzeit berechnen (Höhe in Meter, Zeit in Sekunden). (Extrablatt)

a) Tinas Fenster ist 18 m über dem Boden. Wie lange fällt der Flummi?

b) Wie lange würde der Flummi aus der dreifachen Höhe fallen?

c) Wie hoch müsste Tinas Fenster sein, damit der Flummi 6 Sekunden lang fällt?

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Note
erreichbare Punkte	4	8	4	4	4	4	6	34	
erreichte Punkte									

Viel Erfolg!

Lösungen

1. Gib in wissenschaftlicher Schreibweise an.

a) $40000000 = 4 \cdot 10^7$

b) $589000000 = 5{,}89 \cdot 10^8$

c) $0{,}00000003 = 0{,}3 \cdot 10^{-7}$

d) $0{,}00000761 = 7{,}61 \cdot 10^{-6}$

2. Vereinfache.

a) $3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 5)^4 = 15^4 = 50625$

b) $8^6 : 8^9 = 8^{6-9} = 8^{-3} = \frac{1}{512}$

c) $\left(\frac{5}{8}\right)^{n+2} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{2+n} = \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5}\right)^{n+2} = 1^{n+2} = 1$

d) $z^{n+4} \cdot z^{-n} = z^{n+4+(-n)} = z^4$

e) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{8}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{5}{8}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{8}+\frac{5}{8}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{8}{8}} = \frac{1}{3}$

f) $\left(\frac{p}{q}\right)^{-z} : \left(\frac{p}{2q}\right)^{-z} = \left(\frac{q}{p}\right)^{z} : \left(\frac{2q}{p}\right)^{z} = \left(\frac{q}{p}\right)^{z} \cdot \left(\frac{p}{2q}\right)^{z} = \frac{q^z \cdot p^z}{p^z\, 2^z q^z} = \frac{1}{2^z} = 2^{-z}$

g) $3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{-\frac{7}{2}} : 3^{-\frac{5}{3}} = 3^{\frac{3}{4}-\frac{7}{2}-\left(-\frac{5}{3}\right)} = 3^{\frac{9-42+20}{12}} = 3^{\frac{-13}{12}}$

h) $\left(\frac{a}{t}\right)^{5} : \left(\frac{t}{a}\right)^{-x} = \left(\frac{a}{t}\right)^{5} : \left(\frac{a}{t}\right)^{x} = \left(\frac{a}{t}\right)^{5-x}$

3. Schreibe als Potenz und vereinfache.

a) $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3} = 3$

b) $\sqrt[6]{9^8} = 9^{\frac{8}{6}} = (9^{\frac{1}{2}})^{\frac{8}{3}} = 3^{\frac{8}{3}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[9]{a^{3k}}} = \frac{1}{a^{\frac{3k}{9}}} = \frac{1}{a^{\frac{k}{3}}} = a^{-\frac{k}{3}}$

d) $\sqrt[4]{a\sqrt[5]{7}} = \sqrt[4]{a \cdot 7^{\frac{1}{5}}} = a^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{5 \cdot 4}} = a^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{20}}$

4. Die seit November 2001 gültige Formel zur Berechnung des Windchills beschreibt den Unterschied zwischen der gemessenen und der gefühlten Temperatur in Abhängigkeit von Windgeschwindigkeiten. Die Formel lautet:

$WCT = 13{,}12 + 0{,}6125 \cdot T - 11{,}37 \cdot v^{0,16} + 0{,}3965 \cdot T \cdot v^{0,16}$

(WCT: Windchill-Temperatur in °C; T: Lufttemperatur in °C;

v: Windgeschwindigkeit in km/h)

a) Für heute wird eine Temperatur in 16 °C bei einer Windgeschwindigkeit von 11 km/h erwartet. Berechne die gefühlte Temperatur.

$WCT = 13{,}12 + 0{,}6125 \cdot 16 - 11{,}37 \cdot 11^{0,16} + 0{,}3965 \cdot 16 \cdot 11^{0,16} =$

$13{,}12 + 9{,}8 - 16{,}687 + 9{,}311 \approx 15{,}544$ °C

Gefühlte Temperatur ist ca. 15,5 °C.

b) Beim Durchzug einer Regenfront fällt die Lufttemperatur auf 11°C, während die Windgeschwindigkeit auf 20 km/h steigt. Um wie viele °C fühlt es sich kälter an?

WCT = 13,12 +0,6125 · 11 – 11,37 · $20^{0,16}$ + 0,3965 · 11 · $20^{0,16}$ =

13,12 + 6,875 – 18,362 + 7,044 ≈ 8,677 °C
15,5° C – 8,7 ° C = 6,8 °C

Gefühlte Temperatur ist ca. 8,7 °C, d. h. 6,8°C kälter als zuvor.

5. Merkur ist der kleinste Planet im Sonnensystem. Sein Volumen beträgt etwa 6,08 · 10^{19} m^3 , das des größten Planeten in unserem Sonnensystem, dem Jupiter, etwa 1,43 · 10^{15} km^3. Wie viele Merkurkugeln würden benötigt, um das Volumen des Jupiters zu erreichen?

6,08 · 10^{19} m^3 = 6,08 · 10^{10} km^3

$$\frac{1{,}43 \cdot 10^{15}}{6{,}08 \cdot 10^{10}} = \frac{1{,}43 \cdot 10^{5}}{6{,}08} = \frac{143000}{6{,}08} = 23519{,}7$$

Es würden 23519,7 Merkurkugeln benötigt.

6. Erweitere die folgenden Brüche so, dass im Nenner keine Wurzeln mehr stehen.

a) $\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

b) $\frac{2}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{a^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a^2}$

7. Tina lässt einen Flummi aus dem Fenster ihrer Wohnung fallen. Nun möchte sie wissen, wie lange er gefallen ist. Mit der Formel $t = \left(\frac{h}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ lässt sich die Fallzeit berechnen (Höhe in Meter, Zeit in Sekunden).

a) Tinas Fenster ist 18 m über dem Boden. Wie lange fällt der Flummi?

$t = \left(\frac{h}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ => $t = \left(\frac{18}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{18}{5}} = \frac{4{,}2}{2{,}2} \approx 1{,}9 \text{ sec}$

Der Flummi fällt 19 Sekunden lang.

b) Wie lange würde der Flummi aus der dreifachen Höhe fallen?

$t = \left(\frac{3h}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ => $t = \left(\frac{54}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{54}{5}} = \frac{7{,}3}{2{,}2} \approx 3{,}32 \text{ sec}$

Der Flummi fällt aus der dreifachen Höhe 3,32 Sekunden.

c) Wie hoch müsste Tinas Fenster sein, damit der Flummi 6 Sekunden lang fällt?

$t = \left(\frac{h}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ => $6 = \left(\frac{h}{5}\right)^{\frac{1}{2}} => 6 = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{5}} => \sqrt{h} = 6 \cdot \sqrt{5} => \sqrt{h} = 6 \cdot 2{,}2 => \sqrt{h} = 13{,}2 => h = 174{,}24 \text{ m}$

Das Fenster müsste 174 m hoch sein.