**Klausur Mathematik** **LK/1** **Klasse 12: Analysis**

NAME:..............................................................................................................................

*Bitte beachten Sie auch diesmal wieder die allgemeinen Hinweise!* *Donnerstag, 02-12-2004*

1. Gegeben sei die Parabel $y=\frac{1}{2}-x^2$ und die Normalparabel.

   a. Erstellen Sie eine Skizze und bestimmen Sie die Schnittpunkte!
   b. Ermitteln Sie die Tangentengleichungen der beiden Funktionen im Schnittpunkt links vom Koordinatenursprung und zeigen Sie, dass diese senkrecht aufeinander stehen!
   c. Bestimmen Sie die von den Schnittpunkten eingeschlossene Fläche!

2. Für $\lambda \in \mathbb{R}$ soll die Funktionenschar $f_\lambda(x)=\sqrt{x^3}-\frac{\lambda}{3}x+2\lambda x^2$ betrachtet werden.

   a. Für welches Lambda liegt der Punkt P(1|5) auf der Funktion? Gibt es solch ein Lambda überhaupt?
   b. Diskutieren Sie die Funktionenschar!
   c. Welche Fläche schließt sie mit der *x*-Achse im Intervall [0|1] ein?
   d. Bestimmen Sie die 1. Ableitung der Umkehrschar!

3. Unter sämtlichen Kreiszylindern mit dem Rauminhalt V=1000cm³ ist derjenige zu bestimmen, dessen Gesamtoberfläche minimal ist!

4. Erläutern Sie das Newton'sche Tangentenverfahren und lösen Sie die Gleichung $\cos x=\frac{4}{3}\pi$ mit diesem!

5. Die Funktion $y=\sqrt{b^2-\frac{b^2}{a^2}x^2}$ beschreibt eine halbe Ellipse. Nach Rotation um die *x*-Achse entsteht ein Ellipsoid.

   a. Bestimmen Sie für a=2 und b=4 das Rotationsvolumen und die Oberfläche!
   b. Die Funktion $y=\sqrt{(r^2-x^2)}$ beschreibt nach *x*-Rotation eine Kugel mit dem Radius r.

      Weisen Sie nach, dass für entsprechende Kugel gilt $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ !
   c. Wählen Sie eine der oberen Funktionen und berechnen Sie für a=b=r=2 das Rotationsvolumen bei Rotation um die *y*-Achse im Intervall [-1|1]!

6. Durch Rotation der Kurve $y=\sqrt{(1\text{m}\cdot x)}$ um die *y*-Achse entsteht ein trichterförmiger Behälter. Er soll von einem Wasserreservoir bis zu einer Höhe von 5m gefüllt werden. Berechnen Sie die erforderliche Mindestarbeit! (Dichte: 1g/cm³ = 1000 kg/m³)
   *Anleitung:* Der Wasserpegel im Trichter habe die Höhe *y* erreicht. Um den Pegel um *dy* zu erhöhen, muss die Wassermenge *dm* aus dem Reservoir (*y=0*) in diese Höhe gebracht werden. Die dabei verrichtete Hubarbeit beträgt *dW=(dm) g y*.

7. Erläutern Sie das Prinzip des Cavalieri und nennen Sie Beispiele für die praktische Anwendung!

**Viel Erfolg!**

Allgemeine Hinweise:
Wie üblich stehen für die Klausur 5 Unterrichtseinheiten zur Verfügung. Bitte beachten Sie, dass alle Nebenrechnungen im hinteren Teil ihrer Unterlagen untergebracht werden und diese in ihren Lösungen gekennzeichnet werden. Bitte beachten Sie auch, dass sämtliche Berechnungen wie Ableitungen, Integrationen und Skizzen zu den Lösungen gehören. Für die Klausur dürfen maximal 30 handbeschriebene, leere Zettel verwendet werden. Der Einsatz von Graphikrechnern ist gestattet, der von CAS-Systemen nicht.
Es wird um die einheitliche Verwendung von Taschenrechnern gebten! Viel Erfolg auch in dieser Klausur!
Für die Wiederholer der 12, bitte erfragen Sie ihr Klausurergebnis bis zum 15.12.2004 bei ihrem Fachlehrer!